INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Curso de Termodinâmica-GFI 04116

1º semestre de 2008
3ª série de Exercícios

Prof. Jürgen Stilck

1. Utilizando a capacidade térmica apropriada, determine a variação de entropia de um gás ideal nos processos:

   a) Isocórico, de (V_0, p_0) a (V_0, p_1).

   b) Isobárico, de (V_0, p_0) a (V_1, p_0).

2. Mostre que um gás ideal obedece à equação de Maxwell abaixo, calculando explicitamente cada lado da equação:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V .$$

3. Um gás com a capacidade térmica isocórica constante C_V, inicialmente à temperatura T_1, é colocado em contato térmico com um reservatório de calor à temperatura T_0. O sistema composto pelo gás e pelo reservatório é isolado.

   a) Determine a variação da entropia do gás ΔS. Discuta o seu sinal.

   b) Determine a variação da entropia do reservatório ΔS_R, Discuta o seu sinal.

   c) Calcule a variação da entropia do sistema isolado composto. Discuta o seu sinal e comente o seu resultado.

4. Dois corpos idênticos têm a capacidada térmica isocórica constante C_V, estando inicialmente nas temperaturas T_1 e T_2.

   a) Eles são colocados em contato térmico e isolados do meio ambiente. Determine a temperatura de equilíbrio e a variação da entropia total ΔS_t. Mostre que esta variação é sempre positiva.

   b) Os corpos são colocados em contato térmico e é extraido trabalho do sistema composto no processo de atingir o equilíbrio. Qual é o máximo trabalho que pode ser extraido do sistema? Determine a temperatura de equilíbrio na situação em que o máximo trabalho é extraido. Compare-a com aquela obtida no item anterior e discuta.

5. A capacidade térmica a volume constante de um sistema é dada por $C_V = AT$. A temperatura inicial desse sistema é T_i. Dispõe-se de N reservatórios térmicos cujas temperaturas estão igualmente espaçadas. A temperatura do reservatório j é dada por:

$$T_j = T_i + \frac{T_f - T_i}{N} j.$$

   O corpo é colocado em contato térmico com o reservatório 1, sendo os dois isolados do meio ambiente, até atingir o equilíbrio. Em seguida, repete-se esse processo com o reservatório 2 e assim por diante. Ao entrar em equilíbrio com o reservatório N, o corpo estará às temperatura T_f.

   a) Calcule a variação total de entropia no processo que ocorre durante o contato térmico do sistema com o reservatório j, $\Delta S_t(N, j)$.

   b) Determine a variação total de entropia para todo o processo composto (de T_i até T_f):

$$\Delta S_t(N) = \sum_{j=1}^{N} \Delta S_t(N, j)$$

   para $N = 1$, $N = 2$ e $N = 3$. Mostre que $\Delta S_t(1) > \Delta S_t(2) > \Delta S_t(3)$.

   c) (*) Procure obter uma expressão aproximada para $\Delta S_t(N)$, válida quando $N \gg 1$. Discuta o que acontece quando $N \to \infty$.

6. Considere a energia interna U de um sistema como função da entropia S e do volume V. Vamos designar por $U_{i,j}$ a derivada parcial segunda de U com respeito à i-ésima e à j-ésima variáveis. Por exemplo:

$$U_{11} = \frac{\partial^2 U}{\partial S^2}$$

e

$$U_{12} = \frac{\partial^2 U}{\partial S \partial V}.$$

a) Use o princípio de mínima energia para mostrar que:

$$U_{11}(\Delta S)^2 + 2U_{12}(\Delta S)(\Delta V) + U_{22}(\Delta V)^2 \geq 0.$$

b) A partir da desigualdade do item anterior, mostre que $U_{11} \geq 0$, $U_{22} \geq 0$ e $U_{11}U_{22} - U_{12}^2 \geq 0$. *Sugestão*: Considere os processo isoentrópico e isocórico. Depois, considere o processo no qual $\Delta S = \lambda \Delta V$, com λ arbitrário, impondo a validade da desigualdade em cada caso.

7. Repita o exercício anterior para o processo de máxima entropia, ou seja, use este princípio para mostrar que:

   a) $S_{11}(\Delta U)^2 + 2S_{12}(\Delta U)(\Delta V) + S_{22}(\Delta V)^2 \leq 0.$

   b)$S_{11} \leq 0$, $S_{22} \leq 0$ e $S_{11}S_{22} - S_{12}^2 \leq 0$

8. Considere um sistema composto formado por dois fluidos simples separados por uma parede inicialmente rígida, impermeável e adiabática. O sistema composto está isolado do exterior. Num certo momento, a parede se torna móvel e diatérmica, de maneira que mais tarde o sistema estará num novo estado de equilíbrio. As relações fundamentais dos dois subsistemas são $S_1(U_1, V_1, N_1)$ e $S_2(U_2, V_2, N_2)$. Aplicando o princípio da máxima entropia, lembrando que o volume e a energia interna do sistema composto não mudam no processo, mostre que o estado de equilíbrio irrestrito do sistema será tal que:

$$\frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_2}$$

e

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

9. Considere, agora, que os subsistemas do sistema composto do exercício anterior sejam gases ideais, cujas equações de estado são:

$$\frac{1}{T_1} = \frac{3}{2} R \frac{N_1}{U_1}, \quad \frac{p_1}{T_1} = R \frac{N_1}{V_1}$$

e

$$\frac{1}{T_2} = \frac{5}{2} R \frac{N_2}{U_2}, \quad \frac{p_2}{T_2} = R \frac{N_2}{V_2}.$$

Adote $R = 8,3145$ J/mol K. São dados os valores $N_1 = 0,5$ moles e $N_2 - 0,75$ moles. As temperaturas iniciais dos subsistemas são $T_1 = 200$ K e $T_2 = 300$ K e o volume total do reservatório é $V_1 + V_2 = 20\ell$.

a) Obtenha a pressão e a temperatura de cada subsistema na condição de equilíbrio irrestrito.

b) Determine o volume e a energia interna de cada subsistema na condição de equilíbrio irrestrito.

10. Mostre que nas relações fundamentais abaixo a entropia é extensiva. Nos três casos, obtenha a relação fundamental molar na representação da entropia e calcule as equações de estado e as relações fundamentais na representação da energia interna.

    a) $S = A(UVN)^{\frac{1}{3}}$.

    b) $S = Nc\ln[U/(NU_0)] + NR\ln[V/Nv_0)] + Ns_0$.

    c) $S = B(U^3V)^{\frac{1}{4}}$.

11. Determine as três equações de estado na representação da energia interna para um sistema que obedece à equação fundamental molar $u = av^{-1}s^2\exp(s/R)$.

12. Um fluido obedece à equação fundamental molar:

$$u = A\frac{s^{5/2}}{v^{1/2}}.$$

    a) Obtenha a relação fundamental na representação da entropia.

    b) Determine as três equações de estado na representação da entropia.

13. Considere as equações de estado:

$$\frac{1}{T} = \frac{a}{u} + bv, \qquad \frac{p}{T} = \frac{c}{v} + f(u).$$

    Determine $f(u)$ e a equação fundamental molar na representação da entropia, sebendo-se que $f(0) = 0$.

14. As equações de estado de um gás de fótons de energia interna U numa cavidade de volume V são

$$T = \lambda\left(\frac{U}{V}\right)^{1/\alpha}$$

e

$$pV = \frac{U}{3},$$

onde λ e α são constantes.

a) Assumindo que essas equações de estado possam ser obtidas a partir de uma equação fundamental $S(U, V)$, mostre que $\alpha = 4$ (lei de Stefan-Boltzmann).

b) Obtenha a unidade da constante λ.

c) Determine a entropia do gás $S(U, V)$, supondo que ela se anule para $U = 0$.

d) Mostre que a entropia obtida acima é uma função côncava das suas variáveis.